

CALCUL DES FONDATIONS EN ZONE SISMIQUE

Méthode de calcul des semelles isolées avec participation des longrines

Par :
Mohamed KHAOUA
 Maître de Recherche au C.G.S (Alger)

1 GENERALITES

En zone sismique, les systèmes autostables, les seuls, pratiquement, susceptibles d'être fondés sur semelles isolées, peuvent être le siège d'importants efforts.

En particulier, outre les phénomènes de torsion qui affectent les constructions irrégulières, d'importants efforts de flexion se développent à la base des poteaux. Les fondations auxquelles sont transmis ces efforts s'en trouvent fortement sollicitées, ce qui ne manque pas d'influer sur leurs dimensions et d'affecter l'économie du projet. Il se dégage, parfois chez les auteurs du projet, un sentiment d'insatisfaction d'autant plus fort que l'on sait que les efforts incriminés interviennent pendant un laps de temps assez court, de l'ordre de la dizaine de secondes. Il peut apparaître, alors, déraisonnable de concevoir un système dont l'efficacité est rarement mise à l'épreuve.

Aussi, pour atténuer ce sentiment et les effets anti-économiques du surdimensionnement des fondations, il serait judicieux de faire reprendre une partie, plus ou moins importante, de ces efforts par les longrines, dont l'existence est prescrite par les règlements à d'autres fins. La présente étude a pour objet de présenter une méthode de calcul des fondations sur semelles isolées associées à des longrines.

Considérons une semelle isolée, de forme rectangulaire, pour fixer les idées, sur laquelle s'appuie un poteau à la base duquel aboutissent des longrines. On admet que la liaison poteau-longrines forme un noeud rigide. On admet, d'autre part, que l'épaisseur (la hauteur) de la semelle est telle que cette dernière puisse

être considérée comme infiniment rigide. Il découle de cette hypothèse que la distance relative de deux points quelconques appartenant à la semelle est constante.

Soient :

- O le point de concours du poteau, des longrines et de la semelle,
- G le centre de gravité de la semelle,
- l_y et l_z la longueur et la largeur de la semelle.

On considère un système d'axes de coordonnées Oxyz, d'origine O, tel que Oy et Oz soient dirigés parallèlement à l_y et l_z , Ox complétant le trièdre est, en général, dirigé suivant la verticale ascendante.

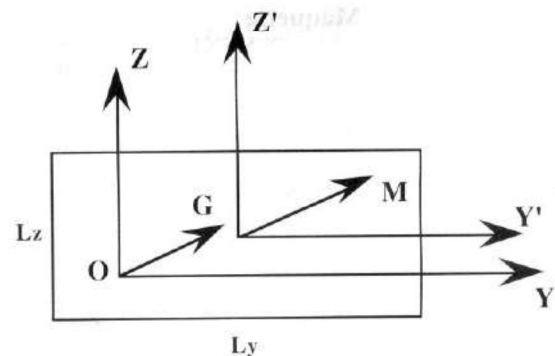


Figure 1

On définit, dans Oyz, les rayons vecteurs suivants :

$$\rho_M = OM(x,y) \quad \rho_G = OG(x,y) \quad (1)$$

où M est un point courant de la semelle.

Si $\mathbf{u}_O$ et $\mathbf{u}_M$ sont les vecteurs déplacement de O et M, la loi de composition des déplacements s'écrit, en vertu de l'hypothèse de rigidité infinie de la semelle,

$$\mathbf{u}_M = \mathbf{u}_O + \theta \mathbf{A} \rho \quad (2)$$

θ est l'angle de rotation de la semelle autour de O, supposé constant, en raison de l'absence de déformation.

La démarche consiste à écrire l'équilibre des forces et des moments en O, en fonction de $\mathbf{u}_O$ et θ et de déduire leur répartition dans les éléments concourants en O.

A cet effet, l'inventaire des forces se présente comme suit :

- Les vecteurs force et moment, $\mathbf{P}$ et $\mathbf{C}$ transmis par la structure à la fondation par l'intermédiaire du poteau. Nous ne considérerons, dans cette étude, que la force verticale et les moments autour de Oy et Oz.

- La force $\mathbf{R}$ et le moment $\mathbf{G}$ de réaction exercés par le sol sur la semelle.

- Les moments M_y et M_z autour de Oy et Oz (flexion et torsion) ainsi que les efforts tranchants Q aux extrémités O des longrines.

On commence par expliciter les forces et moments de réaction exercés par le sol sur la semelle, sachant que les forces et moments transmis par le poteau sont connus.

2 FORCES ET MOMENTS DE REACTION DU SOL SUR LA SEMELLE

Pour pouvoir évaluer ces forces, nous devons, d'abord, admettre que la semelle exerce, du fait de sa grande rigidité, sur le sol une pression proportionnelle au déplacement. Inversement, le sol exerce sur la semelle une pression qui tend à s'opposer au déplacement.

Ainsi, nous écrirons, tout simplement, que la force, par unité de surface, agissant, en un point M sur la face de la semelle qui se trouve en contact avec le sol, est proportionnelle au vecteur déplacement $\mathbf{u}_M$ de M et est dirigée en sens contraire. Ceci se traduit par la relation simple suivante :

$$\mathbf{f} = -K_s \cdot \mathbf{u}_M \quad (3)$$

où K_s est le module de réaction du sol.

Il est préférable, pour la suite des opérations, de s'appuyer sur les considérations énergétiques. Pour cela, soit W_e le travail de la force élémentaire $\mathbf{f}$. Le travail W_s de la force résultante a pour expression :

$$W_s = \int_s W_e \cdot ds \quad (4)$$

l'intégrale est étendue à la surface de la base de la semelle.

Au lieu du travail, nous raisonnerons, de préférence, sur la variation du travail ou, plus exactement, sur les travaux virtuels des forces de réaction. Ainsi, pour un déplacement virtuel $\delta \mathbf{u}_M$ du point M, les travaux virtuels élémentaires sont :

$$\delta W_e = \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u}_M = -K_s \cdot \mathbf{u}_M \cdot \delta \mathbf{u}_M$$

Appliquons à $\mathbf{u}_M$ la loi de composition des déplacements (2) ; on a après transformation :

$$\delta W_e = -K_s \cdot \{ (\mathbf{u}_O + \theta \mathbf{A} \rho) \cdot \delta \mathbf{u}_O + [\rho \mathbf{A} (\theta \mathbf{A} \rho)] \cdot \delta \theta \} \quad (5)$$

La somme des travaux virtuels a pour expression, compte tenu de (4) :

$$\delta W_s = -K_s \int_s \mathbf{u}_M \cdot \delta \mathbf{u}_M \cdot ds \quad (6)$$

Il est aisé, à présent, de déduire la force et le moment résultants au point O. Il suffit, pour cela, de dériver W_s , respectivement, par rapport à $\mathbf{u}_O$ et θ . Il vient, alors :

$$\mathbf{R} = -K_s \int_s (\mathbf{u}_O + \theta \mathbf{A} \rho) \cdot ds \quad (7a)$$

$$\mathbf{G} = -K_s \int_s \rho \mathbf{A} (\mathbf{u}_O + \theta \mathbf{A} \rho) \cdot ds \quad (7b)$$

Le calcul des intégrales (7 a et b) ci-dessus se simplifie si on projette les grandeurs vectorielles sur les axes de coordonnées Oxyz. On rappelle que $\mathbf{R}$ ne possède qu'une composante verticale R_x , alors que $\mathbf{G}$ possède deux composantes horizontales G_y et G_z , données ci-après :

$$R_x = -K_s \int_s (u_{ox} - y \cdot \theta_z + z \cdot \theta_y) \cdot ds \quad (8a)$$

$$G_x = -K_s \int_s z (u_{ox} - y \cdot \theta_z + z \cdot \theta_y) \cdot ds \quad (8b)$$

$$G_y = -K_s \int_s y (u_{ox} - y \cdot \theta_z + z \cdot \theta_y) \cdot ds \quad (8c)$$

Pour pouvoir évaluer ces intégrales, dans le domaine rectangulaire constitué par la surface de la semelle, on opère un changement de repère de coordonnées en translatant le système initial. Oxyz en un système $Gx'y'z'$ d'origine G, le centre de la semelle et parallèle au premier. Ceci induit un changement de variables qui consiste à poser :

$$\rho = \rho_G + r$$

où $\rho(y,z)$, $\rho_G(y_G, z_G)$ et $\mathbf{r}(y', z')$ sont, respectivement, les rayons vecteurs $\mathbf{OM}$, $\mathbf{OG}$ et $\mathbf{GM}$. Il suffira alors, de substituer, dans les intégrales (8), $y_G + y'$ à y , $z_G + z'$ à z et $dy' \cdot dz'$ à ds .

Nous nous dispensons de présenter le détail des calculs qui ne présentent aucune difficulté et nous donnons les résultats ci-après :

$$R_x = -K_s.S.(u_{ox} + z_G.\theta_y - y_G.\theta_z) \quad (a)$$

$$G_y = z_G.R_x - K_s.I_y.\theta_y \quad (b)$$

$$G_z = -y_G.R_x - K_s.I_z.\theta_z \quad (c)$$

où S , I_y , I_z sont, respectivement, la surface et les moments d'inertie principaux de la base de la semelle.

Notons, d'après les relations (9), que R_x , G_y et G_z s'expriment en fonction de u_{ox} , θ_y et θ_z . Convenons de choisir ces variables comme inconnues du problème.

3 CONDITIONS D'EQUILIBRE

L'équilibre du système implique, nécessairement, que les résultantes des forces et des moments en 0 soient nulles.

Pour compléter l'inventaire des forces et des moments, il y a lieu de rappeler l'expression des efforts correspondants aux extrémités des longrines aboutissant au point 0. On assimile les longrines à des poutres ; les efforts s'écrivent, alors :

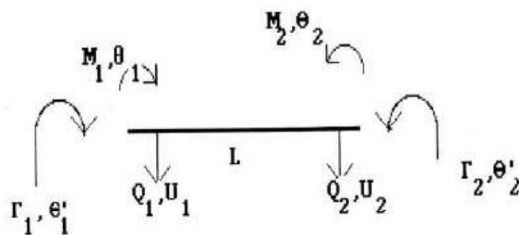


Figure 2

* Efforts en (1) :

- Moment de flexion

$$M_1 = -6EI(u_2 - u_1)/l^2 - EI(4\theta_1 + 2\theta_2)/l$$

- Moment de torsion

$$\Gamma_1 = C(\theta_2' - \theta_1')/l$$

- Effort tranchant

$$Q_1 = 12EI(u_2 - u_1)/l^3 + 6EI(\theta_2 + \theta_1)/l^2$$

* Effort en (2) :

- Moment de flexion

$$M_2 = 6EI(u_2 - u_1)/l^2 + EI(4\theta_2 + 2\theta_1)/l$$

- **Moment de torsion** : $\Gamma_1 = \Gamma_2$

- **Effort tranchant** : $Q_2 = Q_1$

A présent, nous sommes à même d'écrire les conditions d'équilibre qui se traduisent par les relations suivantes, compte tenu des symboles définis plus haut et de la figure (3).

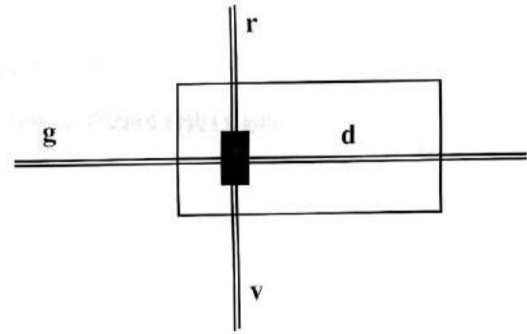


Figure 3

$$M_g - Md + \Gamma_r - \Gamma_v = G_z + C_z$$

$$Mr - Mv + \Gamma_g - \Gamma_d = G_y + C_y$$

$$Q_g - Qd + Q_r - Q_v = P_x + R_x$$

Les relations précédentes contiennent des grandeurs qui s'expriment, toutes, en fonction de u_{ox} , θ_y et θ_z , ainsi que des données constantes ; elles définissent un système d'équations à 3 inconnues par semelle. En étendant à toutes les semelles (au nombre de N), on obtient un système de $3 \times N$ équations à autant d'inconnues. La résolution d'un tel système, au moyen de techniques appropriées, permet de disposer des valeurs des inconnues et de reconstituer les efforts dans les longrines, d'une part, et de calculer, en tout point de la semelle, la pression exercée par le sol.

Il faudra, bien entendu, vérifier que la contrainte admissible du sol n'est pas dépassée, d'une part, et que la pression exercée sur la semelle n'est pas négative pour éviter le soulèvement, sinon on augmente les dimensions et on recommence les calculs.

Nous avons, à titre d'application, traité un exemple (voir Figure 4), avec les données suivantes :

Semelle N°	Px (t)	Cy (tm)	Cz (tm)
1	12	5,73	0
2	12	-0,72	0
3	0	0	0
4	24	5,73	0
5	36	-0,72	0
6	12	-5,58	0
7	12	5,73	0
8	24	-0,72	0
9	12	-5,58	0

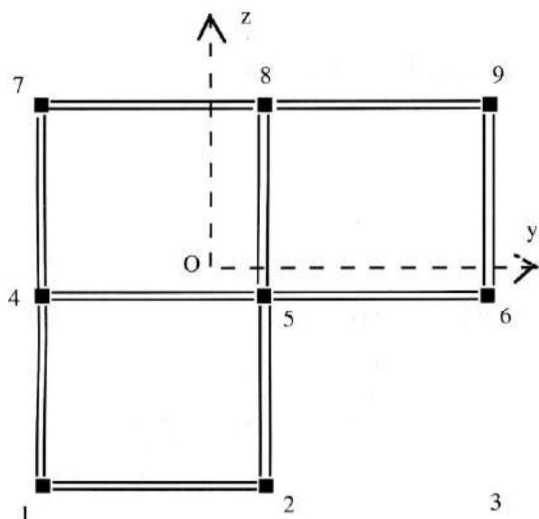


Figure 4

Par ailleurs, toutes les longrines sont identiques et présentent les dimensions suivantes :

longueur : 4 m
 largeur : 0,30 m
 hauteur : 0,45 m

Enfin, nous avons pris pour caractéristiques du sol les valeurs suivantes :

- module de réaction du sol K_s : 3,62 kg/cm⁵
- contrainte admissible du sol p_s : 2 kg/cm²
- coefficient de majoration de p_s : 1,33

Les données de cet exemple sont extraites d'une précédente étude qui traitait du calcul et la répartition des efforts sismiques dans les éléments d'une structure.

Les calculs ont été exécutés, pour les besoins de la comparaison, pour trois (3) types de semelles :

1) Semelles géométriquement centrées (le centre du poteau coïncidant avec le centre de la semelle) et non solidaires de longrines. Deux remarques s'imposent :

- Les dimensions des semelles sont trop importantes (la surface totale des semelles avoisine celle du bâtiment),
- Les pressions exercées sur le sol par certaines semelles sont très faibles.

Ceci est dû à l'action des moments qui tendent à soulever le bâtiment dont seul le surdimensionnement des semelles permet le contact avec le sol. Cette conception peu judicieuse ne doit, bien entendu, pas être envisagée sauf, à la rigueur, en l'absence de moments, mais nous ne sommes plus, alors, en zone sismique.

D'ailleurs, même en l'absence de moments, il est plus

rationnel et, comme nous le constaterons plus loin, plus économique de faire participer les longrines à la reprise des efforts.

2) Semelles géométriquement centrées reliées par des longrines actives.

Les résultats montrent que, dans ce cas, les semelles ont des dimensions modérées; les contraintes qu'elles exercent sur le sol résultent de l'application de la seule force verticale, les moments sont repris par les longrines adjacentes. Ces dernières sont le siège de moments de flexion plus ou moins importants en fonction des sollicitations appliquées aux semelles adjacentes et, aussi, à des moments de torsions modérés.

3) Semelles géométriquement excentrées, c'est à dire lorsque le centre des poteaux ne coïncide pas avec le centre de gravité de la semelle.

Dans l'exemple traité, les poteaux extérieurs sont disposés le long des côtés ou aux angles de la semelle correspondante. Les efforts exercés repris par les longrines sont importants en raison, notamment, de l'introduction du moment additionnel dû à l'excentricité. On remarquera, d'autre part, à la valeur des moments qui s'y exercent le rôle de poutre de redressement que jouent certaines longrines.

Notons, au passage, l'accroissement du moment de torsion sur certains éléments, ainsi que la diminution des pressions exercées sur le sol par certaines semelles. Ceci est, somme toute, logique car, dans un système de poutres croisées, l'accroissement des moments de flexion dans une direction est, partiellement, redistribué dans la direction perpendiculaire ; d'autre part, un fort excentrement des forces (rapport moment sur force) conduit à un soulèvement de la semelle dont l'ampleur est limitée par la présence de la longrine.

4 CONCLUSION

En conclusion, la méthode de calcul proposée se distingue tant par sa simplicité que par la diversité des cas qu'elle peut traiter. Elle est susceptible de contribuer au débat sur le rôle des longrines et la manière de les prendre en compte dans les calculs.

Les exemples traités prouvent que les longrines jouent, dans un système de fondations sur semelles isolées, un rôle très actif auquel les règlements devraient accorder, à l'avenir, la considération qu'il mérite.

(*) La présente étude a donné lieu à l'élaboration d'un programme de calcul intitulé "INFOOT" (INDividual FOOTings).

SEMELLES CENTREES AVEC LONGRINES

I - DIRECTION LONGITUDINALE

A - Semelles : Dimensions Et Efforts

File	Sem.	Ht	Ay	Az	P1	P0	P2	M1	Q1	M2	Q2
1	1	0.25	0.67	0.67	2.32	2.35	2.38	-1.32	-7.85	-1.34	7.9
	2	0.25	0.67	0.67	2.60	2.63	2.65	-1.47	-8.79	-1.49	8.8
2	4	0.25	1.00	1.00	2.38	2.39	2.40	-2.97	-11.90	-2.98	11.9
	5	0.28	1.22	1.22	2.47	2.46	2.46	-4.60	-15.05	-4.58	15.0
	6	0.25	0.82	0.82	2.35	2.32	2.29	-1.95	-9.53	-1.92	9.4
3	7	0.25	0.82	0.82	2.38	2.40	2.42	-1.99	-9.75	-2.01	9.8
	8	0.25	0.95	0.95	2.53	2.52	2.51	-2.85	-11.98	-2.84	11.9
	9	0.25	0.67	0.67	2.25	2.20	2.16	-1.26	-7.47	-1.22	7.3

B - Longrines : Efforts

Elément	M1 (tm)	Q1 (t)	M2 (tm)	Q2 (t)	MT1 (tm)	MT2 (tm)
1 - 2	0.15	-0.10	-0.26	-0.10	-0.79	-0.79
4 - 5	0.02	-0.10	-0.36	-0.10	-0.12	-0.12
5 - 6	-0.56	0.12	-0.06	0.12	-0.39	-0.39
7 - 8	0.58	-0.45	-1.23	-0.45	-0.64	-0.64
8 - 9	-1.19	0.32	0.08	0.32	-0.50	-0.50

II - DIRECTION TRANSVERSALE

A - Semelles : Dimensions Et Efforts

File	Sem.	Ht	Ay	Az	P1	P0	P2	M1	Q1	M2	Q2
1	1	0.25	0.67	0.67	2.32	2.25	2.19	-1.30	-7.69	-1.25	7.4
	4	0.25	1.00	1.00	2.38	2.38	2.38	-2.96	-11.87	-2.96	11.8
	7	0.25	0.82	0.82	2.38	2.30	2.22	-1.96	-9.55	-1.87	9.2
2	2	0.25	0.67	0.67	2.62	2.64	2.65	-1.48	-8.84	-1.49	8.8
	5	0.28	1.22	1.22	0.00	1.23	2.47	-0.77	-3.77	-3.83	11.3
	8	0.25	0.95	0.95	0.00	1.26	2.53	-0.47	-3.00	-2.37	9.0
3	6	0.25	0.82	0.82	0.00	1.17	2.35	-0.33	-2.40	-1.63	7.1
	9	0.25	0.67	0.67	0.00	1.12	2.25	-0.21	-1.89	-1.06	5.6

B - Longrines : Efforts

Elément	M1 (tm)	Q1 (t)	M2 (tm)	Q2 (t)	MT1 (tm)	MT2 (tm)
1 - 4	-4.87	1.80	2.33	1.80	-0.14	-0.14
2 - 5	-0.09	0.08	0.25	0.08	-0.20	-0.20
4 - 7	-3.40	0.23	5.53	2.23	0.06	0.06
5 - 8	1.25	-0.62	-1.24	-0.62	-0.01	-0.01
6 - 9	5.19	-2.70	-5.61	-2.70	-0.13	-0.13

SEMELLES EXCENTREES AVEC LONGRINES

I - DIRECTION LONGITUDINALE

A - Semelles : Dimensions Et Efforts

File	Sem.	Ht	Ay	Az	P1	P0	P2	M1	Q1	M2	Q2
1	1	0.25	0.67	0.67	0.00	0.00	2.16	0.00	0.00	-3.24	7.24
	2	0.25	0.67	0.67	2.10	2.13	2.17	-1.19	-7.11	-1.22	7.22
2	4	0.33	1.40	1.40	0.00	0.00	1.37	0.00	0.00	-8.97	9.59
	5	0.28	1.22	1.22	2.06	2.12	2.18	-3.87	-12.75	-4.02	13.11
3	6	0.25	0.95	0.95	1.95	0.00	0.00	-5.79	-9.20	0.00	0.00
	7	0.25	0.82	0.82	0.00	0.00	2.06	0.00	0.00	-4.58	8.41
	8	0.25	0.95	0.95	2.10	2.13	2.15	-2.38	-10.04	-2.42	10.16
	9	0.25	0.67	0.67	2.23	0.00	0.00	-3.35	-7.48	0.00	0.00

B - Longrines : Efforts

Elément	M1 (tm)	Q1 (t)	M2 (tm)	Q2 (t)	MT1 (tm)	MT2 (tm)
1 - 2	4.75	-1.18	0.04	-1.18	-0.66	-0.66
4 - 5	17.03	-5.63	-5.48	-5.63	-0.05	-0.05
5 - 6	-5.04	3.38	8.47	3.38	-0.27	-0.27
7 - 8	7.69	-2.35	-1.70	-2.35	-0.92	-0.92
8 - 9	-1.78	1.38	3.73	1.38	0.10	0.10

II - DIRECTION TRANSVERSALE

A - Semelles : Dimensions Et Efforts

File	Sem.	Ht	Ay	Az	P1	P0	P2	M1	Q1	M2	Q2
1	1	0.25	0.67	0.67	0.00	0.00	2.16	0.00	0.00	-3.25	7.26
	4	0.33	1.40	1.40	2.50	2.45	2.40	-6.12	-17.39	-5.95	17.02
	7	0.25	0.82	0.82	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	2	0.25	0.67	0.67	0.00	0.00	2.08	0.00	0.00	-3.13	7.00
	5	0.28	1.22	1.22	2.06	2.08	2.11	-3.85	-12.64	-3.92	12.80
	8	0.25	0.95	0.95	1.71	0.00	0.00	-5.14	-8.11	0.00	0.00
3	6	0.25	0.95	0.95	2.28	2.31	2.34	-2.56	-10.86	-2.60	11.00
	9	0.25	0.67	0.67	2.12	0.00	0.00	-3.19	-7.12	0.00	0.00

B - Longrines : Efforts

Elément	M1 (tm)	Q1 (t)	M2 (tm)	Q2 (t)	MT1 (tm)	MT2 (tm)
1 - 4	- 8.21	3.33	5.11	3.33	-1.59	-1.59
2 - 5	- 3.06	1.37	2.44	1.37	0.07	0.07
4 - 7	- 0.50	-0.10	-0.91	-0.10	1.22	1.22
5 - 8	3.58	-3.03	-8.53	-3.03	-0.15	-0.15
6 - 9	5.38	-3.55	-8.82	-3.55	-0.51	-0.51

SEMELLES CENTREES SANS LONGRINES

I - DIRECTION LONGITUDINALE

Semelles : Dimensions Et Efforts

File	Sem.	Ht	Ay	Az	P1	PO	P2	M1	Q1	M2	Q2
1	1	0.70	2.90	2.90	0.28	0.28	0.28	-2.98	-4.11	-2.98	4.11
	2	0.25	0.82	0.82	2.59	2.59	2.59	-2.16	-10.59	-2.16	10.59
2	4	0.34	1.47	1.47	2.18	2.18	2.18	-5.92	-16.06	-5.92	16.06
	5	0.28	1.22	1.22	2.65	2.65	2.65	-4.94	-16.18	-4.94	16.18
	6	0.70	2.90	2.90	0.28	0.28	0.28	-2.94	-4.05	-2.94	4.05
3	7	0.70	2.90	2.90	0.28	0.28	0.28	-2.98	-4.11	-2.98	4.11
	8	0.25	1.05	1.05	2.56	2.56	2.56	-3.52	-13.43	-3.52	13.43
	9	0.70	2.90	2.90	0.28	0.28	0.28	-2.94	-4.05	-2.94	4.05

II - DIRECTION TRANSVERSALE

Semelles : Dimensions Et Efforts

File	Sem.	Ht	Ay	Az	P1	PO	P2	M1	Q1	M2	Q2
1	1	0.70	2.90	2.90	0.28	0.14	0.00	-2.49	-3.09	-0.51	1.05
	4	0.34	1.47	1.47	2.18	1.11	0.03	-4.94	-12.10	-1.06	4.19
	7	0.70	2.90	2.90	0.28	0.14	0.00	-2.49	-3.09	-0.51	1.05
2	2	0.25	0.82	0.82	1.01	1.80	2.59	-1.06	-5.73	-1.94	8.97
	5	0.28	1.22	1.22	2.18	2.41	2.65	-4.21	-14.01	-4.79	15.46
	8	0.25	1.05	1.05	1.81	2.19	2.56	-2.66	-10.47	-3.34	12.44
3	6	0.70	2.90	2.90	0.01	0.14	0.28	-0.54	-1.07	-2.46	3.06
	9	0.70	2.90	2.90	0.01	0.14	0.28	-0.54	-1.07	-2.46	3.06